

Building on Mathematical Opportunities in Student Thinking

Öğrenci Düşünmesindeki Matematiksel Fırsatlar Üzerine İnşa Etme

Prof. Dr. Laura R. Van Zoest
Western Michigan University, United States

TÜRKBİLMAT-6, Ankara, Türkiye, 28 EKİM 2023



This work is based on work supported by the U.S. National Science Foundation under Grant Nos. DRL-1720410, DRL-1720566, and DRL-1720613.



Thank you! Teşekkür ederim!



Prof. Dr. Adnan Baki
PME Conference, Spain 2022
PME Konferansı, İspanya 2022



Zeynep Arslan sharing Turkish culture with
the MOST Research Team
Michigan, USA, 2021
Zeynep Arslan Türk kültürünü MOST
Araştırma Ekibi ile paylaşırken



Zeynep Arslan
PME Conference, Israel 2023
PME Konferansı, İsrail 2023

Student-Thinking-Centered Classrooms

Öğrenci Düşünmesi Merkezli Sınıflar

NOT teacher transmitting
information to their students



Öğretmenin öğrencilere bilgi
aktarması DEĞİLDİR

Teacher working with students to co-construct
students' ideas about mathematics



Öğretmen, öğrencilerin matematikle ilgili fikirlerini
öğrencilerle birlikte inşa etmek için çalışır

How can teachers generate powerful mathematical discussions in their classrooms?

Our answer: by recognizing and building on MOSTs

Öğretmenler sınıflarında güçlü matematiksel tartışmaları nasıl oluşturabilir?

Yanıtımız: MOST'ları tanıyarak ve onların üzerine inşa ederek.

Drawing on 10+ Years of Research

10 yılı Aşkın Süredir Devam Eden Araştırmamız



Mathematical Opportunities
in Student Thinking

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar

Recognizing MOSTs



MOST'a
Dayalı
Öğretim
Uygulaması

Building on MOSTs



This work is based on work supported by the U.S. National Science Foundation under Grant Nos. DRL-1720410, DRL-1720566, and DRL-1720613.

Bu çalışma, ABD Ulusal Bilim Vakfı tarafından desteklenmektedir.
Hibe No. DRL-1720410, 1720566, ve 1720613.

Session Plan

1. The type of teaching our work is about
2. What is a MOST?
3. What is Building on a MOST?
4. Using a public record to support joint sense-making discussions
5. Your turn

Sunum Akışı

1. Çalışmamız ne tür bir öğretim hakkında
2. MOST nedir?
3. MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması Nedir?
4. Ortak anlam oluşturmayı desteklemek için genele açık kayıtların (tahtada yazılı olan şeyler) kullanılması
5. Sıra sizde

What type of teaching is our work about?

Çalışmamız ne tür bir öğretim hakkında?

What type of teaching is our work about?

Çalışmamız ne tür bir öğretim hakkında?

Teacher working with students to co-construct students' ideas about mathematics

- not typical teaching
- not the only type of teaching that is worthwhile
- teaching that generates powerful mathematical discussions



- tipik bir öğretim değildir
- dişe dokunur tek öğretim türü değildir
- güçlü matematiksel tartışmaları oluşturmaya yönelik bir öğretimdir

Öğretmen, öğrencilerin matematikle ilgili fikirlerini öğrencilerle birlikte inşa etmek için çalışır

What is a MOST?

MOST Nedir?

What is a MOST?

- **Student contribution** made during a whole-class interaction (public)
- **High-leverage** instance of student mathematical thinking (teachable moment)
- Provides an **in-the-moment opportunity** to engage the whole class in joint sense making about important mathematics

MOST nedir?

- Tüm sınıf etkileşimi sırasında ortaya çıkan **öğrenci katkısı** (genele açık)
- Öğrenci matematiksel düşünmesinin **yüksek potansiyelli** bir örneği (öğretim açısından önemli bir an)
- Önemli matematik konuları hakkında ortak bir kavrayışa tüm sınıfı dahil etmek için **anlık bir fırsat** sunar

From the Literature: High-leverage Instances of Student Thinking

Literatür: Öğrenci Düşünmesinin Yüksek Potansiyelli Örnekleri

- “critical moments in the classroom when students created a moment of choice or opportunity” (Jaworski, 1994, p. 527)
- “novel student idea[s] that prompt teachers to reflect on and rethink their instruction” (Schifter, 1996, p. 130)
- “potentially powerful learning opportunities” (Davis, 1997, p. 360)
- “significant mathematical instances” (Davies and Walker, 2005, p. 275)
- “[student’s] comment provides the fodder for a content-related conversation” (Schoenfeld, 2008, p. 57)
- “crucial mathematic hinge moment[s]” (Thames and Ball, 2013, p. 31)

From the Literature: High-leverage Instances of Student Thinking

Literatür: Öğrenci Düşünmesinin Yüksek Potansiyelli Örnekleri

- “critical moments in the classroom when **students** created a moment of choice or opportunity” (Jaworski, 1994, p. 527)
- “novel **student idea[s]** that prompt teachers to reflect on and rethink their instruction” (Schifter, 1996, p. 130)
- “potentially powerful learning opportunities” (Davis, 1997, p. 360)
- “significant mathematical instances” (Davies and Walker, 2005, p. 275)
- “**[student’s] comment** provides the fodder for a content-related conversation” (Schoenfeld, 2008, p. 57)
- “crucial mathematic hinge moment[s]” (Thames and Ball, 2013, p. 31)

From the Literature: High-leverage Instances of Student Thinking

Literatür: Öğrenci Düşünmesinin Yüksek Potansiyelli Örnekleri

- “critical moments in the classroom when **students** created a moment of choice or opportunity” (Jaworski, 1994, p. 527)
- “novel **student idea[s]** that prompt teachers to reflect on and rethink their instruction” (Schifter, 1996, p. 130)
- “potentially powerful learning opportunities” (Davis, 1997, p. 360)
- “significant **mathematical** instances” (Davies and Walker, 2005, p. 275)
- “[**student’s**] comment provides the fodder for a **content-related** conversation” (Schoenfeld, 2008, p. 57)
- “crucial **mathematic** hinge moment[s]” (Thames and Ball, 2013, p. 31)

From the Literature: High-leverage Instances of Student Thinking

Literatür: Öğrenci Düşünmesinin Yüksek Potansiyelli Örnekleri

- “critical moments in the classroom when **students** created a **moment of choice** or **opportunity**” (Jaworski, 1994, p. 527)
- “**novel student idea[s]** that prompt teachers to reflect on and rethink their instruction” (Schifter, 1996, p. 130)
- “**potentially powerful** learning **opportunities**” (Davis, 1997, p. 360)
- “**significant mathematical** instances” (Davies and Walker, 2005, p. 275)
- “[**student’s**] comment provides the fodder for a **content-related** conversation” (Schoenfeld, 2008, p. 57)
- “crucial **mathematic hinge moment[s]**” (Thames and Ball, 2013, p. 31)

Three Characteristics of a MOST

MOST'un Üç Karakteristiği

- Students
- Mathematics
- Pedagogy

Three Characteristics of a MOST

MOST'un Üç Karakteristiği

- Students—**Student Thinking**
- Mathematics
- Pedagogy

Three Characteristics of a MOST

MOST'un Üç Karakteristiği

- Students — **Student Thinking**
- Mathematics — **Mathematically Significant**
- Pedagogy

Three Characteristics of a MOST

MOST'un Üç Karakteristiği

- Students — **Student Thinking**
- Mathematics — **Mathematically Significant**
- Pedagogy — **Pedagogical Opportunity**

A public contribution
by a student

Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

1. Student Mathematical Thinking



Mathematical
Point

Matematiksel
Nokta

1. Öğrenci Düşünmesi

A public contribution
by a student

Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

2. Mathematically Significant

Is the mathematics of the student contribution

- not too hard, not too easy?
- related to goals for student learning?

Öğrenci katkısındaki matematik

- çok zor da değil, çok kolay da değil mi?
(*Seviyelerine uygun mu?*)
- öğrenci öğrenmesine yönelik hedeflerle ilgili mi?

2. Matematiksel Açıdan Önemli

A public contribution
by a student

Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



**Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking**

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

3. Pedagogical Opportunity

- Is there something for the students to make sense of?
- Is the pedagogical timing right?
- Öğrencilerin anlamlandıracağı bir şey var mı?
- Pedagojik zamanlama doğru mu?

3. Pedagojik Fırsat

A public contribution
by a student
Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

**Student Mathematical
Thinking**

**Mathematically
Significant**

**Pedagogical
Opportunity**



Mathematical
Point

Matematiksel
Nokta

Öğrenci Düşünmesi

Is the mathematics of the student contribution

- not too hard, not too easy?
- related to goals for student learning?

Öğrenci katkısındaki matematik

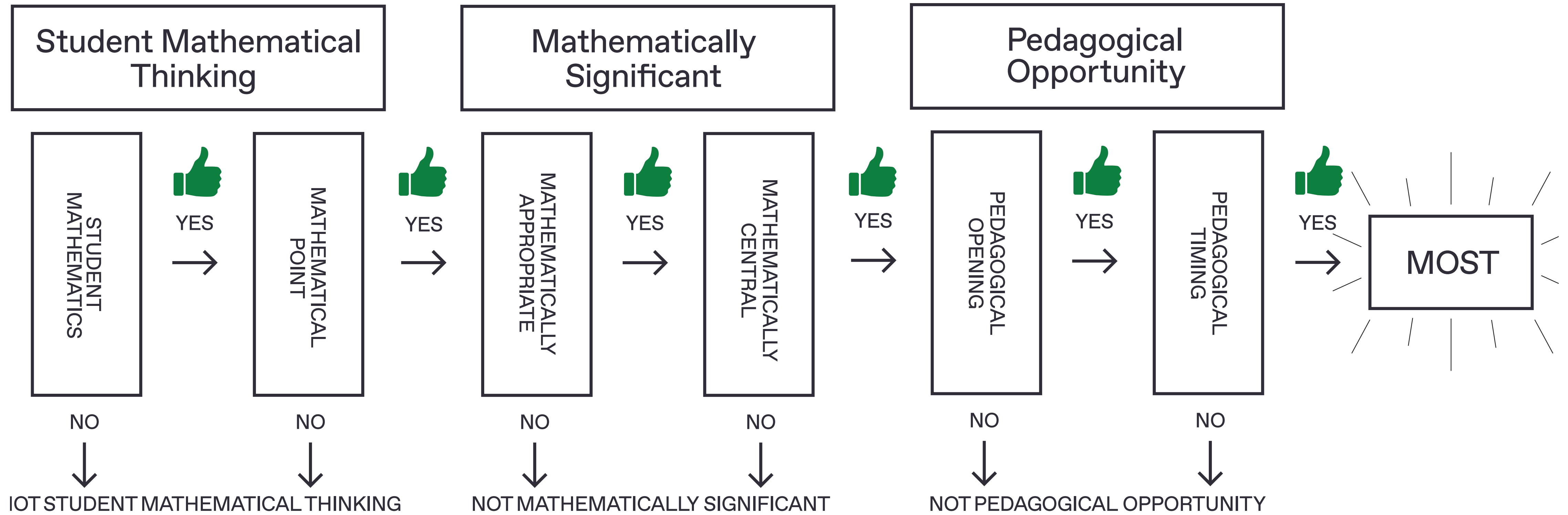
- çok zor da değil, çok kolay da değil mi?
(Seviyelerine uygun mu?)
- öğrenci öğrenmesine yönelik hedeflerle ilgili mi?

- Is there something for the students to make sense of?
- Is the pedagogical timing right?

- Öğrencilerin anlamlandıracağı bir şey var mı?
- Pedagojik zamanlama doğru mu?

**Matematiksel Açıdan
Önemli**

**Pedagojik
Fırsatlar**



Recognizing MOST Framework

Let's look at an example of a MOST

MOST'un bir örneğine hep beraber bir bakalım

An example



Ms. Cluff's class was working on this problem:

The Percent Discount Problem:

The price of a necklace was first increased 50% and later decreased 50%. Is the final price the same as the original Price? Why or why not?

Liza's (incorrect) public claim: The prices would be the same because the price would increase and decrease the same amount.

Liza's claim is a MOST because it satisfies all three characteristics of a MOST.

Bir örnek

Bayan Cluff'ın sınıfı aşağıdaki problem üzerinde çalışıyor:

Yüzde İndirim Problemi:

Kolyenin fiyatına önce %50 zam yapılır, sonra %50 indirim yapılır. Son durumda kolyenin fiyatı orjinal fiyatıyla aynı mıdır? Neden aynı ya da aynı değil?

Liza'nın (yanlış) iddiası: Fiyatlar aynı miktarda artacağı ve azalacağı için fiyatlar aynı olacaktır

Liza'nın iddiası bir MOST'tur çünkü MOST'un üç özelliğini de karşılamaktadır.

A public contribution
by a student
Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

1. Student Mathematical Thinking



Mathematical
Point

Matematiksel
Nokta

1. Öğrenci Düşünmesi

Liza's claim satisfies Student Mathematical Thinking because engaging with it could help the class better understand that *"n% of an amount B" is a quantity that changes as the value of B changes.*

Mathematical
Point of the
MOST

Liza'nın iddiası Öğrenci Düşünmesi özelliğini karşılıyor çünkü bu iddia ile ilgilenmek sınıfın şunu anlamasına yardımcı olabilir: *"B miktarının %n'si," B değeri değiştikçe değişen bir niceliktir.*

MOST'un
Matematiksel
Noktası

A public contribution
by a student
Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

2. Mathematically Significant

Is the mathematics of the student contribution

- not too hard, not too easy?
- related to goals for student learning?

Öğrenci katkısındaki matematik

- çok zor da değil, çok kolay da değil mi?
(Seviyelerine uygun mu?)
- öğrenci öğrenmesine yönelik hedeflerle ilgili mi?

2. Matematiksel Açıdan Önemli

Liza's claim satisfies Mathematically Significant because
it is at the right level of difficulty for these students to
engage with - not too easy, not too hard - and it was what
they were to be learning.

**Liza'nın iddiası Matematiksel Açıdan Önemli
olma özelliğini karşılıyor çünkü**
bu öğrencilerin ilgilenebileceği en uygun zorluk
seviyesindedir - ne çok kolay, ne de çok zor - ve
öğrenecekleri şey de zaten buydu.

A public contribution
by a student
Bir öğrencinin genele açık
katkısı

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Satisfies three
characteristics
Üç karakteristiği
karşılar

3. Pedagogical Opportunity

- Is there something for the students to make sense of?
- Is the pedagogical timing right?
- Öğrencilerin anlamlandıracağı bir şey var mı?
- Pedagojik zamanlama doğru mu?

3. Pedagojik Fırsatlar

Liza's claim satisfies Pedagogical Opportunity because many of the students had the same thinking while others had correct thinking and as a class they saw the need to make sense of the claim and they were ready to do so.

Liza'nın iddiası Pedagojik Fırsatlar özelliğini karşılıyor çünkü sınıfta bazı öğrenciler doğru düşünmüş olsalar da aslında birçoğu Lizzie gibi düşünmekteydi. Sınıf ta bir merak uyandı ve böylece Lizzie nin iddiasını anlamlandırma gereği gördüler. Bunun için de hazırıldılar.

**Ms. Cluff has recognized a MOST.
What should she do?**

**Bayan Cluff bir MOST fark etti.
Şimdi O ne yapmalı?**

MOSTs are opportunities for...

...the teacher to make student thinking the object of consideration by the class in order to engage the class in joint sense making about that thinking to better understand an important mathematical idea.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için sınıfın bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını sağlamak amacıyla, öğretmenin öğrenci düşünmesini sınıfın dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi için.

MOSTs are opportunities for...

...**the teacher** to make student thinking the object of consideration by the class in order to engage the class in joint sense making about that thinking to better understand an important mathematical idea.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için sınıfın bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını sağlamak amacıyla, **öğretmenin** öğrenci düşünmesini sınıfın dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi için.

MOSTs are opportunities for...

...the teacher **to make student thinking the object of consideration** by the class in order to engage the class in joint sense making about that thinking to better understand an important mathematical idea.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için sınıfın bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını sağlamak amacıyla, öğretmenin **öğrenci düşünmesini sınıfın dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi** için.

MOSTs are opportunities for...

...the teacher to make student thinking the object of consideration **by the class** in order to engage the class in joint sense making about that thinking to better understand an important mathematical idea.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için sınıfın bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını sağlamak amacıyla, öğretmenin öğrenci düşünmesini **sınıfın** dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi için.

MOSTs are opportunities for...

...the teacher to make student thinking the object of consideration by the class in order **to engage the class in joint sense making about that thinking** to better understand an important mathematical idea.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için sınıfın **bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını** sağlamak amacıyla, öğretmenin öğrenci düşünmesini sınıfın dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi için.

MOSTs are opportunities for...

...the teacher to make student thinking the object of consideration by the class in order to engage the class in joint sense making about that thinking **to better understand an important mathematical idea.**

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...**önemli bir matematiksel fikri daha iyi anlayabilmeleri için** sınıfın bu düşünme hakkında ortak bir kavrayışta bulunmasını sağlamak amacıyla, öğretmenin öğrenci düşünmesini sınıfın dikkate alacağı bir nesne haline getirmesi için.

MOSTs are opportunities for...

...building on a MOST.

MOST'lar şunlar için fırsatlardır...

...bir MOST üzerine inşa etmek için.

What is Building on a MOST?

Bir MOST'un üzerine inşa etme nedir?

(Çevirmen Notu: Bundan sonra Building on a MOST ifadesi MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması olarak ifade edilecektir.)

What is *building on a MOST*?



- **A teaching practice** that takes full advantage of the opportunity a MOST provides to make sense of important mathematics
- Engaging **the whole class** in a **joint sense-making discussion** focused on understanding the mathematics at the heart of the MOST

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması Nedir?

- Önemli matematiksel gerçeklerin anlaşılması için MOST'un sunduğu fırsattan tam anlamıyla yararlanan bir öğretim uygulamasıdır.
- MOST'un merkezindeki matematiği anlamaya odaklanan ortak bir anlamlandırma tartışmasına tüm sınıfın dahil edilmesidir.



From the Literature: Teacher Actions that Support Sense-Making

Literatür: Anlamlandırmayı Destekleyen Öğretmen Eylemleri

- Prompting students to make sense of an individual student contribution
Bireysel Öğrenci katkılarını anlamlandırmaya teşvik etmek
 - pressing for justification (Drageset, 2014; Ellis et al., 2019)
 - asking probing questions (Webb et al., 2019)
 - requesting that students evaluate the correctness of an idea (Drageset, 2014; Bishop et al., 2016)
 - asking students to reflect on an idea (Ellis et al., 2019)

From the Literature: Teacher Actions that Support Sense-Making

Literatür: Anlamlandırmayı Destekleyen Öğretmen Eylemleri

- Prompting students to make sense of an individual student contribution
Bireysel Öğrenci katkılarını anlamlandırmaya teşvik etmek
- Supporting students to make sense of how ideas are related
Fikirlerin nasıl ilişkili olduğunu anlamlandırmada öğrencileri desteklemek
 - positioning one student contribution relative to another (Webb et al., 2019)
 - requesting that students make connections among two or more contributions (Lineback, 2015; Bishop et al., 2016)

From the Literature: Teacher Actions that Support Sense-Making

Literatür: Anlamlandırmayı Destekleyen Öğretmen Eylemleri

- Prompting students to make sense of an individual student contribution
Bireysel Öğrenci katkılarını anlamlandırmaya teşvik etmek
- Supporting students to make sense of how ideas are related
Fikirlerin nasıl ilişkili olduğunu anlamlandırmada öğrencileri desteklemek
- Keeping students focused on the contribution that they are making sense of
Öğrencilerin anlamlandıkları öğrenci katkısını odaklanmalarını sağlamak
 - putting unrelated ideas aside (Drageset, 2014)
 - redirecting students' attention (Lineback, 2015)

From the Literature: Teacher Actions that Support Sense-Making

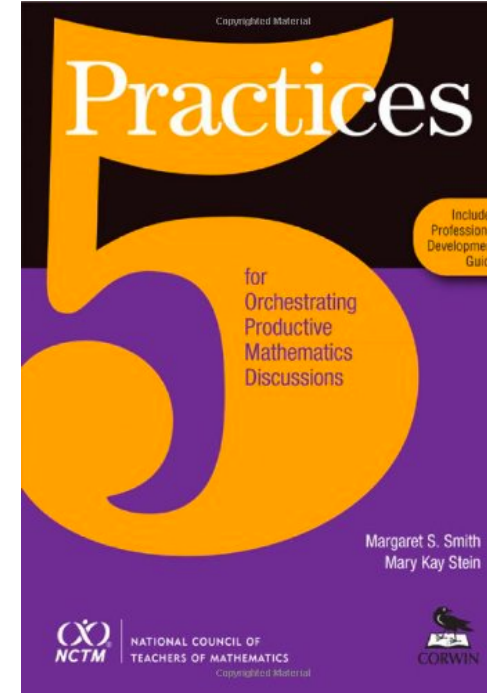
Literatür: Anlamlandırmayı Destekleyen Öğretmen Eylemleri

- Prompting students to make sense of an individual student contribution
Bireysel Öğrenci katkılarını anlamlandırmaya teşvik etmek
- Supporting students to make sense of how ideas are related
Fikirlerin nasıl ilişkili olduğunu anlamlandırmada öğrencileri desteklemek
- Keeping students focused on the contribution that they are making sense of
Öğrencilerin anlamlandıkları öğrenci katkısını odaklanmalarını sağlamak

Coordinated Collection of Teacher Actions

- Conducting a whole-class discussion focused on making sense of a particular student contribution requires a coordinated collection of teacher actions.
- Smith and Stein (2018) articulated one such coordinated collection of actions for orchestrating a whole-class discussion around a high-cognitive demand task.
- When a MOST emerges during a whole-class discussion, a different collection of actions is needed to conduct a discussion around that contribution.

Building on a MOST



Öğretmen Eylemlerinin Eşgüdümlü Bir Şekilde Bir Araya Gelmesi

- Belirli bir öğrenci katkısını anlamlandırmaya odaklanan sınıf tartışmasını yürütmek öğretmen eylemlerinin eşgüdümlü bir şekilde bir araya gelmesini gerektirir.
- Smith ve Stein (2018), yüksek bilişsel istem gerektiren etkinlik etrafında şekillenen bir sınıf tartışmasını yönetmek için bu tür öğretmen eylemlerinin eşgüdümlü bir şekilde bir araya gelmesini tanımlamıştır.
- Bir MOST, tüm sınıf tartışması sırasında ortaya çıktığında söz konusu katkı etrafında tartışma yürütmek için eylemlerin farklı bir şekilde bir araya getirilmesine ihtiyaç vardır.

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması

Methodology

Coded enactments for teacher actions that either supported or didn't support the overall practice of building

- 4 mini-tasks to elicit predictable MOSTs
- 49 videorecorded enactments

Analyze Enactments

Conceptualize Building

Share with Teacher-Researchers

12 secondary school math teachers (grades 6-12)

Create Enactments of Building



Methodology

Coded enactments for teacher actions that either supported or didn't support the overall practice of building

- 4 mini-tasks to elicit predictable MOSTs
- 49 videorecorded enactments

Analyze Enactments

Re-Conceptualize Building

Share with Teacher-Researchers

12 secondary school math teachers (grades 6-12)

Create Enactments of Building



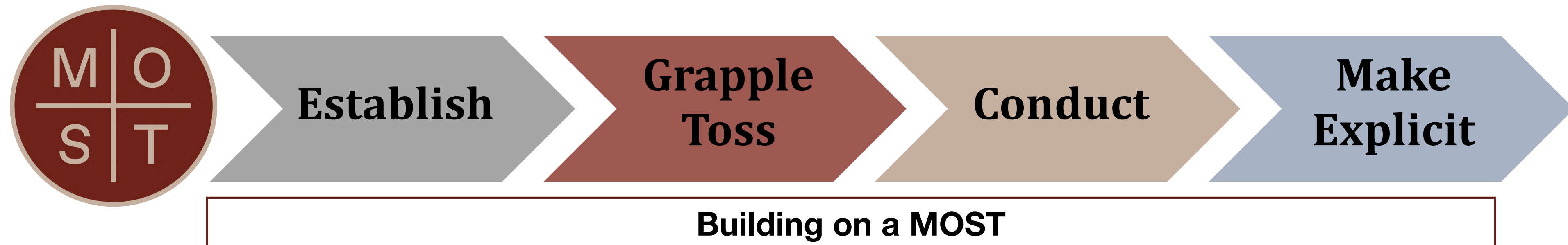
The Four Elements of Building



1. **Establish** the student mathematics of the MOST as the object to be discussed
2. **Grapple Toss** that object in a way that positions the class to make sense of it
3. **Conduct** a whole-class discussion that supports the students in making sense of the student mathematics of the MOST
4. **Make Explicit** the important mathematical takeaways from the discussion

Building: Dört elementten oluşur

1. Tartışılacak nesne olarak MOST'un öğrenci matematiğini **ortaya koyun.**
2. Sonra sınıfın onu anlamlandıracağı şekilde o nesneyi (MOST'u) konumlandırarak tabiri caizse onu **sınıfa fırlatın.**
3. MOST'un öğrenci matematiğini anlamlandırmada öğrencileri destekleyen tüm sınıf tartışmasını **yönetin.**
4. Tartışmadan çıkan önemli matematiksel bilgileri **açığa kavuşturun.**



**Let's look at an example of Building
on a MOST**

MOST'un bir örneğine hep beraber bir bakalım

Recall our example MOST



MOST örneğimizi hatırlayın

The **problem** Ms. Cluff's class was working on:

The Percent Discount Problem:

The price of a necklace was first increased 50% and later decreased 50%. Is the final price the same as the original Price? Why or why not?

Liza's (incorrect) claim: The prices would be the same because the price would increase and decrease the same amount.

Mathematical Point: "n% of an amount B" is a quantity that changes as the value of B changes.

Ms. Cluff recognized that Liza's claim was a MOST and decided to build on it. Let's look at how she did it.

Bayan Cluff'ın sınıfının üzerinde çalıştığı **problem**:

Yüzde İndirim Problemi:

Kolyenin fiyatına önce %50 zam yapılır, sonra %50 indirim yapılır. Son durumda kolyenin fiyatı orjinal fiyatıyla aynı mıdır? Neden aynı ya da aynı değil?

Liza'nın (yanlış) iddiası: Fiyatlar aynı miktarda artacağı ve azalacağı için fiyatlar aynı olacaktır.

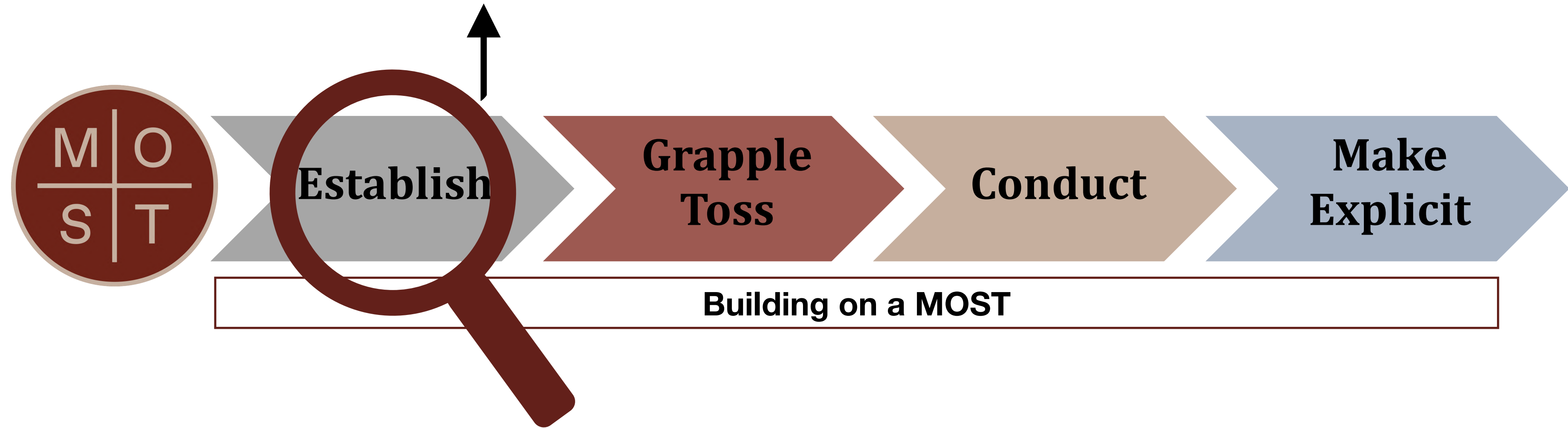
Matematiksel Nokta : "B miktarının %n'si," B değeri değiştikçe değişen bir niceliktir.

Bayan Cluff, Liza'nın iddiasının bir MOST olduğunu fark etti ve bunun üzerine inşa etmeye karar verdi. Bunu nasıl yaptığına bakalım.

The Teaching Practice of *Building on a MOST*

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması

Sınıf tartışması için MOST'u ortaya koymak, belirgin bir nesne haline getirmek



Establish



Ms. Cluff **Established** Liza's claim, the student mathematics of the MOST, as the object to be discussed by writing it on the board:

final [?] = original
Yes
The price will
increase and decrease
by the same amount

Bayan Cluff, Liza'nın iddiasını, yani MOST'un öğrenci matematiğini, tartışılacak nesne olarak tahtaya yazmak suretiyle **belirtti, ortaya koydu.**

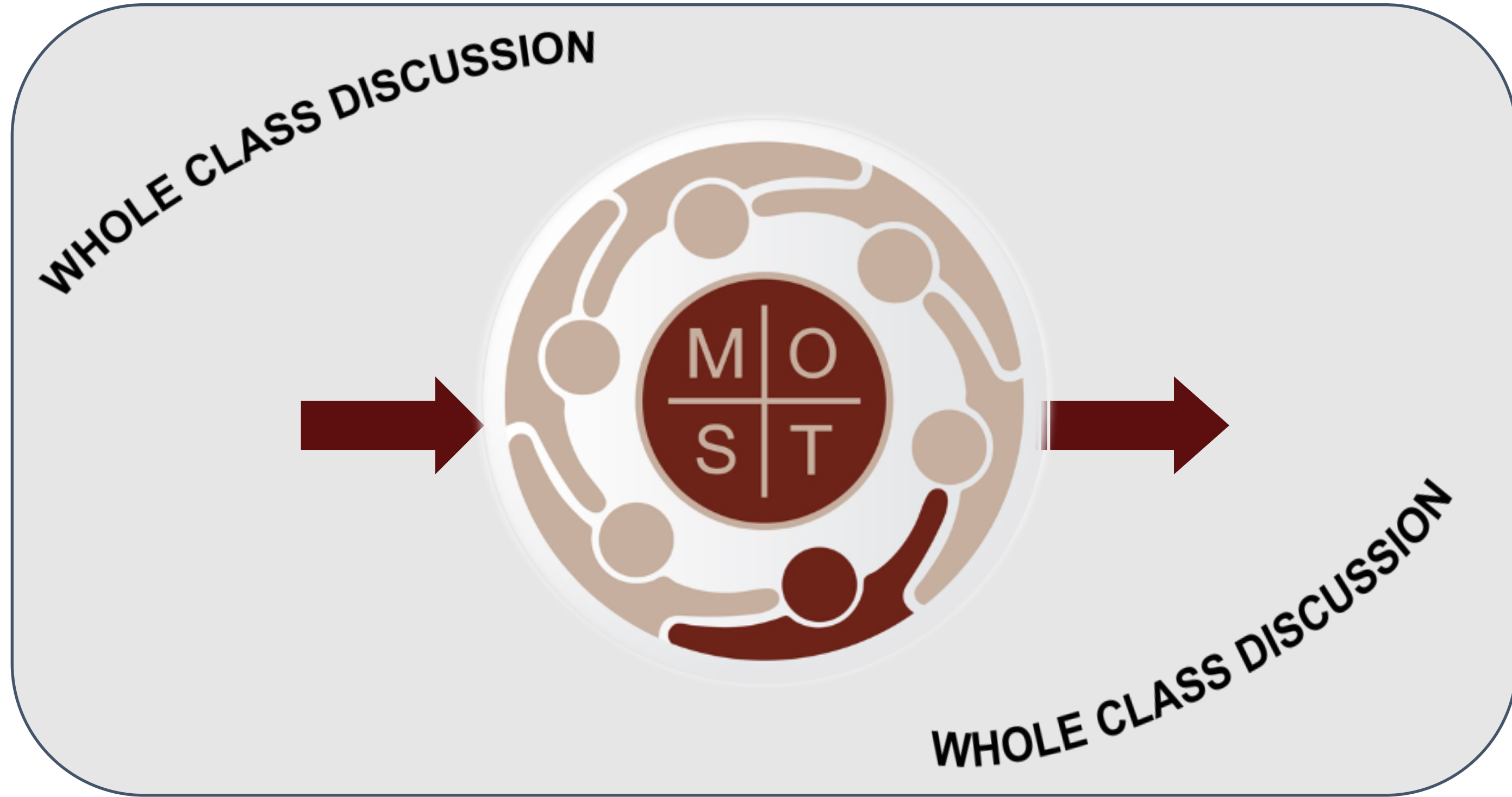
son [?] = orijinal
Yes Evet
The price will fiyat
increase and decrease artacak ve azalacak
by the same amount aynı miktarda





CONVERSATIONAL BUBBLE

ETKİLEŞİMLİ BALON



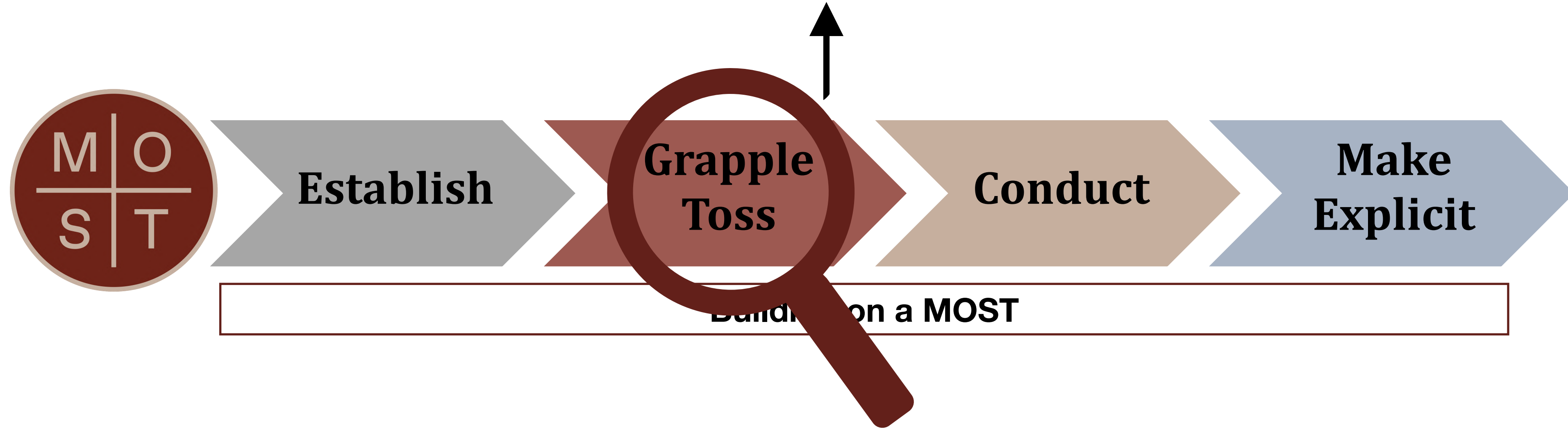
Ms. Cluff said to the students, “Okay, we’re going to make sense of Liza’s claim, so make sure to connect what you say to her claim.”

Bayan Cluff öğrencilere şunları dedi: “Tamam, Liza'nın iddiasını anlamaya çalışacağız, bu yüzden söylediklerinizi onun iddiasıyla ilişkilendirdiğinizden emin olun.”

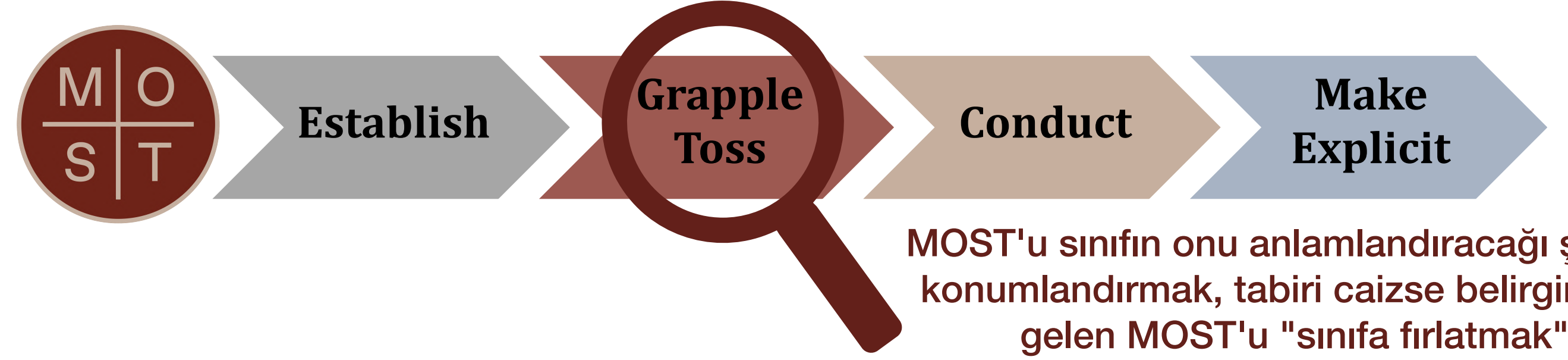
The Teaching Practice of *Building on a MOST*

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması

MOST'u sınıfın onu anlamlandıracağı şekilde konumlandırmak, tabiri caizse belirgin hale gelen MOST'u "sınıfa fırlatmak"



Grapple Toss



Ms. Cluff Grapple Tossed the established object in a way that positioned the class to make sense of it by asking them, "How does Liza's claim hold up mathematically?"

Bayan Cluff, ortaya koyduğu nesneyi, sınıfın onu anlamlandıracağı bir şekilde "fırlatmayı" onlara şu soruyu sorarak gerçekleştirmiş oldu: "Liza'nın iddiası matematiksel olarak nasıl geçerlidir?"

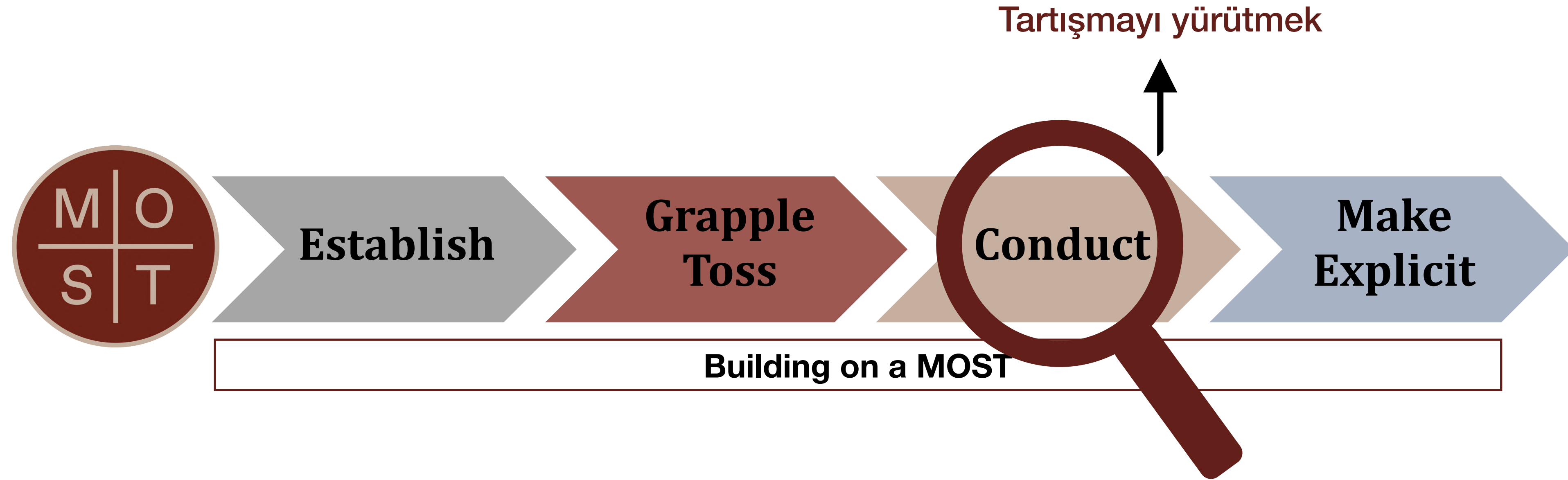
final [?] = original
Yes
The price will
increase and decrease
by the same amount

son orijinal
final [?] = original
Evet
Yes fiyat
The price will
increase and decrease artacak ve azalacak
by the same amount aynı miktarda



The Teaching Practice of *Building on a MOST*

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması



Conduct



Establish

Grapple
Toss

Conduct

Make
Explicit

Tartışmayı yürütmek

While Ms. Cluff was **Conducting** a whole-class discussion to support the students in making sense of the MOST:

Stuart disagreed with Liza's claim and said "the prices would not increase and decrease by the same amount."

Ms. Cluff asked Stuart, "Why not?"

Stuart responded, "Because, if a necklace is 100 dollars, and it increases by 50%, then it goes up to 150 dollars. And if it decreases by 50%, it goes down to 75 dollars. Because you're decreasing by half of the amount of the 50% more."

After asking Stuart to share how he got both \$150 and \$75, Ms. Cluff recorded this on the board:

necklace = \$100
inc by 50% = 50% of 100 = 50
100 + 50 = \$150
50% of 150 = \$75

Bayan Cluff, öğrencilerin MOST'u anlamlandırmalarını desteklemek için tüm sınıfla bir tartışma yürütürken:

Stuart, Liza'nın iddiasına karşı çıktı ve "fiyatların aynı miktarda azalıp artmaz" dedi.

Bayan Cluff, Stuart'a "Neden olmasın?" diye sordu.

Stuart şu cevabı verdi: "Çünkü bir kolye 100 dolarsa ve %50 artarsa 150 dolara çıkıyor. Ve %50 azalır 75 dolara iniyor. Çünkü %50 fazlasının yarısını alarak miktarı azaltıyorsunuz."

Stuart'tan 150 dolara ve 75 dolara nasıl ulaştığını paylaşmasını istedikten sonra Bayan Cluff bunu tahtaya kaydetti:



kolye

necklace = \$100
inc by 50% = 50% of 100 = 50
100 + 50 = \$150
50% of 150 = \$75

Conduct

The Conducting conversation continued:

Liza chimed in with, "Well, I used an example too, but I started with \$20." She shared her example, which Ms. Cluff recorded on the board:

$$\begin{aligned} \text{necklace} &= \$20 + 10 = 30 \\ \$30 - 10 &= 20 \end{aligned}$$

Ms. Cluff asked the class to think about how Stuart's approach related to Liza's approach.

Juanita said, "If you did 50% of 20, you get 10, and then you add that 10 to 20 to get 30. Then 50% of 30 equals 15." Ms. Cluff wrote:

$$\begin{aligned} 50\% \text{ of } \$20 &= 10 \\ \$20 + 10 &= 30 \\ 50\% \text{ of } 30 &= \$15 \\ 30 - 15 &= \$15 \end{aligned}$$

Several other students explained that it matters what number you take 50% of, and that the decrease amount would be different because you take 50% of a different number. Liza agreed, as did the rest of the class.



Tartışmayı yürütmek

Yürütme sürecindeki konuşmalar şöyle devam etti:

Liza araya girdi: "Ben de bir örnek sayı verdim ama ben 20 dolar olsun diye düşündüm." Bayan Cluff'un tahtaya Liza'nın dediklerini kaydetti.

$$\begin{aligned} \text{kolye necklace} &= \$20 + 10 = 30 \\ \$30 - 10 &= 20 \end{aligned}$$

Bayan Cluff sınıftan Stuart'ın yaklaşımının Liza'nın yaklaşımıyla nasıl bağlantılı olduğunu düşünmelerini istedi.

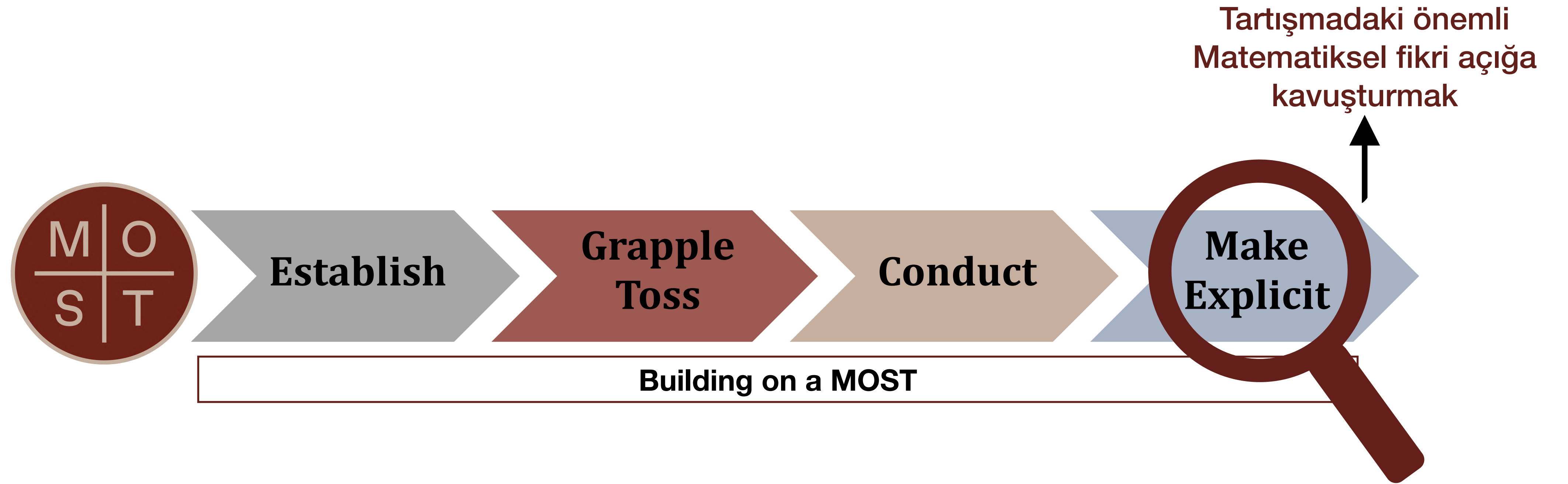
Juanita şöyle dedi: "20'nin %50'sini alırsanız, 10 elde edersiniz ve sonra bunu 10 ile 20'yi toplayarak 30 elde edersiniz. O zaman 30'un %50'si 15'e eşittir." Bayan Cluff şunu yazdı:

$$\begin{aligned} 50\% \text{ of } \$20 &= 10 \\ \$20 + 10 &= 30 \\ 50\% \text{ of } 30 &= \$15 \\ 30 - 15 &= \$15 \end{aligned}$$

Birkaç öğrenci de hangi sayının %50'sini aldığının önemli olduğunu, %50'sini farklı bir sayı aldığınız için azalma miktarının da farklı olacağını açıkladı. Sınıfın geri kalanı gibi Liza da bu fikre katıldı.

The Teaching Practice of *Building on a MOST*

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulaması



Make Explicit



Ms. Cluff asked the class, “What have we learned here that would help us in general when working with percents?”

A student responded, “Remember to pay attention to what you are taking the percent of” and the other students nodded their heads in agreement.

Ms. Cluff inferred that the important mathematical takeaways from the discussion had been ***Made Explicit.***

Bayan Cluff sınıfa şunu sordu: “Yüzdelerle çalışırken genel olarak bize yardımcı olacak ne öğrendik burada?”

Bir öğrenci "Neyin yüzdesini aldığınıza dikkat etmeyi unutmayın" yanıtını verdi ve diğer öğrenciler de onaylayarak başlarını salladılar.

Bayan Cluff, tartışmadan elde edilen önemli matematiksel çıkarımların Açığa Kavuştuğu sonucuna vardı.



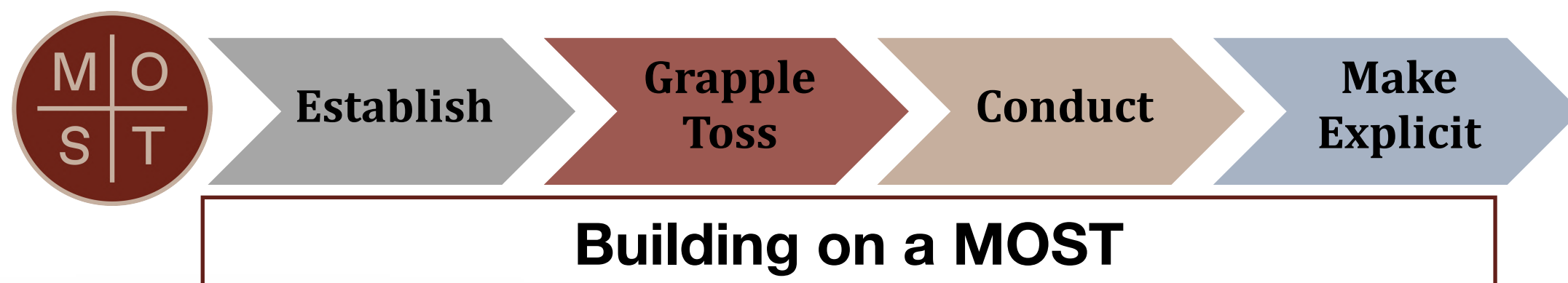
That was but one example of Building on a MOST.
There are as many variations as teachers and students!



Bu, MOST'a dayanan öğretim uygulamasının yalnızca bir örneğiydi.
Bunun öğretmen ve öğrenci sayısı kadar farklı çeşitleri

The Four Elements of Building

1. **Establish** the student mathematics of the MOST as the object to be discussed
2. **Grapple Toss** that object in a way that positions the class to make sense of it
3. **Conduct** a whole-class discussion that supports the students in making sense of the student mathematics of the MOST
4. **Make Explicit** the important mathematical takeaways from the discussion



MOST'a Dayanan Öğretim Uygulamasının dört unsuru

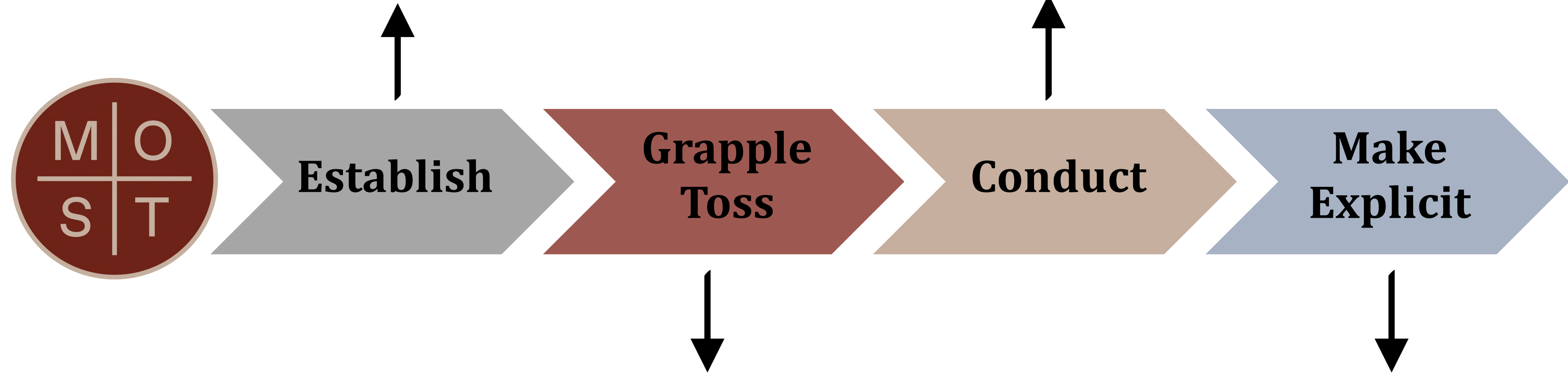
1. Sınıfta tartışılacak nesne olarak MOST'un öğrenci matematiğini açıkca **ortaya koymak**
2. MOST'u sınıfın onu anlamlandıracağı şekilde konumlandırmak, tabiri caizse belirgin hale gelen MOST'u "**sınıfa fırlatmak**"
3. MOST'un öğrenci matematiğinin anlamlandırılmasında öğrencileri destekleyen bir sınıf tartışması **yürütmek**
4. Tartışmadaki önemli Matematiksel fikirleri **açığa kavuşturmak**

The Teaching Practice of *Building on a MOST*

MOST'a Dayanan Öğretim Uygulamaları

Sınıf içi tartışma için MOST'u açıkca ortaya koymak, belirgin bir nesne haline getirmek

Tartışmayı yürütmek



MOST'u sınıfın onu anlamlandıracağı şekilde konumlandırmak, tabiri caizse belirgin hale gelen MOST'u "sınıfa fırlatmak"

Tartışmadaki önemli Matematiksel fikri açığa kavuşturmak

Dört unsurdan oluşur: Establish, Grapple Toss, Conduct & Make Explicit

**Using a public record to support
joint sense-making discussions**

**Ortak anlamlı tartışmaları desteklemek
için genele açık kayıtların (tahtaya
yazılan şeyler) kullanılması**



Using a public record to support joint sense-making discussions

- Results that apply to all joint sense-making discussions.
- First our definition of public record.
- Then a look at Ms. Cluff's public record and how it might be improved.

Ortak anlamlandırma tartışmalarını desteklemek için genele açık kayıtların kullanılması

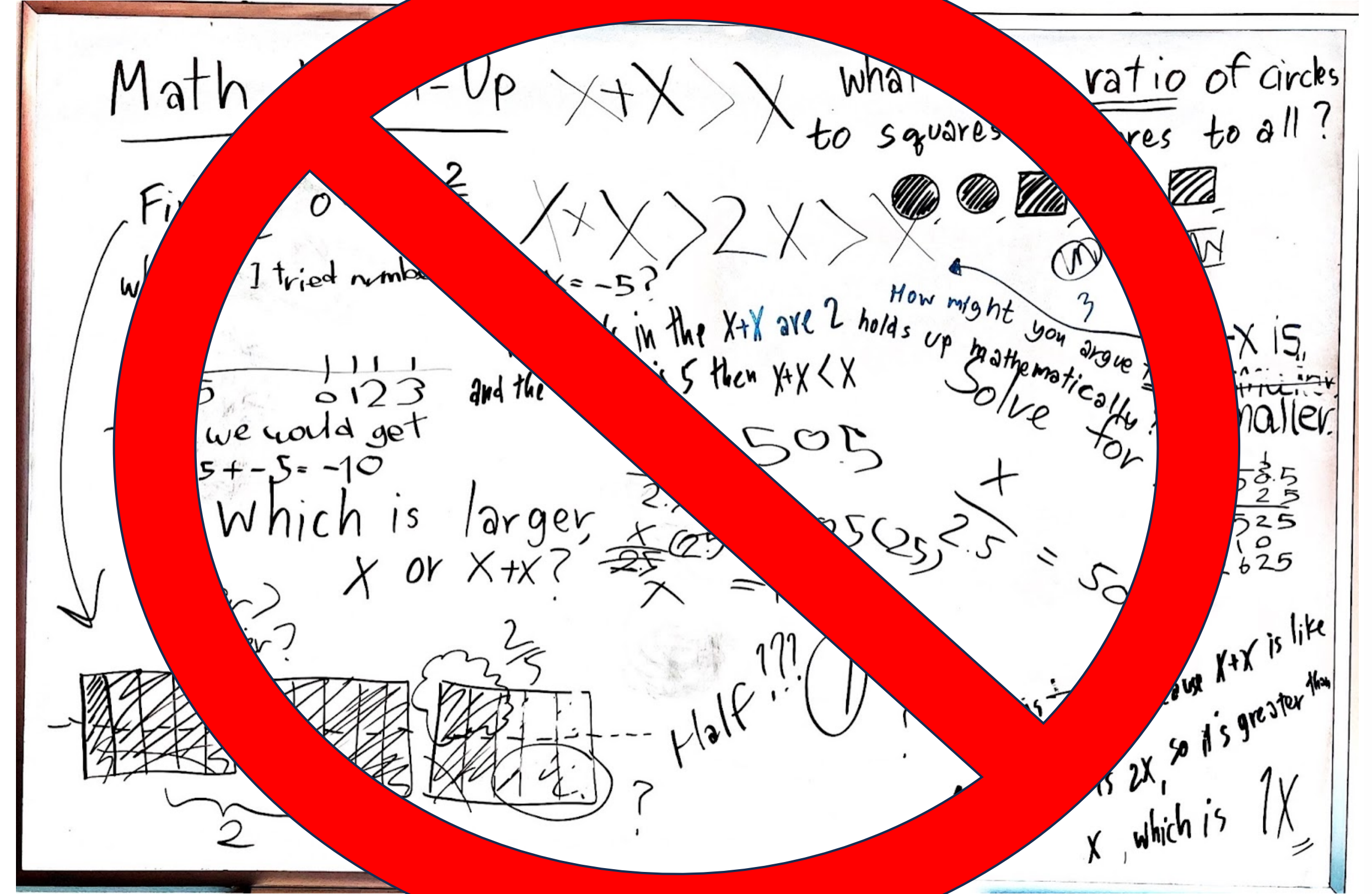
- Tüm ortak anlamlandırma tartışmaları için geçerli olan sonuçlar.
- İlk olarak genele açık kayıt tanımımız.
- Daha sonra Bayan Cluff'un genele açık kaydına ve bunun nasıl geliştirilebileceğine bir bakılması. .

Public Record

a physical representation that captures the ideas that emerge during a discussion and can be accessed at any time by everyone in the class

Genele Açık Kayıtlar

bir tartışma sırasında ortaya çıkan fikirleri gösteren ve sınıftaki herkesin istediği zaman erişebileceği fiziksel bir temsil



Want public records that scaffold joint sense making

Ortak anlamlandırmayı destekleyen genele açık kayıtları isteyiniz

The public record from Ms. Cluff's discussion of the Percent Discount Problem

The Percent Discount Problem:

The price of a necklace was first increased 50% and later decreased 50%. Is the final price the same as the original Price? Why or why not?

Yüzde İndirim Problemi:

Kolyenin fiyatına önce %50 zam yapılır, sonra %50 indirim yapılır. Son durumda kolyenin fiyatı orjinal fiyatıyla aynı mıdır? Neden aynı ya da aynı değil?

$$\text{son final} \stackrel{?}{=} \text{orijinal original}$$

Yes Evet
The price will fiyat
increase and decrease artır ve azalt
by the same amount aynı miktarda



Liza's Claim
Liza'nın iddiası

kolye necklace = \$100
inc by 50% = 50% of 100 = 50
100 + 50 = \$150
50% of 150 = \$75
necklace = \$20 + 10 = 30
\$30 - 10 = 20

50% of \$20 = 10
\$20 + 10 = 30
50% of 30 = \$15
30 - 15 = \$15

Stuart
Liza
Juanita

Bayan Cluff'un Yüzde İndirim Problemi hakkındaki tartışmasının genele açık kaydı

Use color (or labels) to *distinguish* contributions

son [?] orijinal
final = original

Yes ^{vet}

The price will ^{fiyat}

increase and decrease ^{artir ve azalt}
by the same amount ^{ayni miktar}

kolye necklace = \$100

inc by 50% = 50% of 100 = 50

100 + 50 = \$150

50% of 150 = \$75

necklace = \$20 + 10 = 30

\$30 - 10 = 20

Liza

50% of \$20 = 10

\$20 + 10 = 30

50% of 30 = \$15

30 - 15 = \$15

Juanita

Liza's Claim
Liza'nın iddiası

final [?] = original

Yes

The price will

increase and decrease
by the same amount

necklace = \$100

inc. by 50% = 50% of 100 = 50

100 + 50 = \$150

50% of 150 = \$75

necklace = \$20 + 10 = 30

\$30 - 10 = 20

50% of \$20 = 10

\$20 + 10 = \$30

50% of 30 = 15

30 - 15 = \$15

Katkıları ayırt etmek için renkleri (veya etiketleri) kullanın

Place similar contributions in “yes” and “no” columns

final $\stackrel{?}{=}$ original

Yes

The price will

increase and decrease

by the same amount

necklace = \$100

inc. by 50% = 50% of 100 = 50

100 + 50 = \$150

50% of 150 = \$75

necklace = \$20 + 10 = 30

\$30 - 10 = 20

50% of \$20 = 10

\$20 + 10 = \$30

50% of 30 = 15

30 - 15 = \$15

final $\stackrel{?}{=}$ original

Yes

The price will increase
and decrease by the
same amount.

necklace = \$20 + 10 = 30

\$30 - 10 = 20

No

necklace = \$100

inc. by 50% = 50% of 100 = 50

100 + 50 = \$150

50% of 150 = \$75

50% of \$20 = 10

\$20 + 10 = \$30

50% of 30 = 15

30 - 15 = \$15

Benzer katkıları “evet” ve “hayır” sütunlarına yerleştirin

Use parallelism (similar structuring) to scaffold ideas

final $\stackrel{?}{=}$ original

Yes

The price will increase and decrease by the same amount.

$$\begin{aligned}\text{Necklace} &= \$20 + 10 = 30 \\ \$30 - 10 &= 20\end{aligned}$$

No

$$\begin{aligned}\text{necklace} &= \$100 \\ \text{inc. by } 50\% &= 50\% \text{ of } 100 = 50 \\ 100 + 50 &= \$150 \\ 50\% \text{ of } 150 &= \$75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}50\% \text{ of } \$20 &= 10 \\ \$20 + 10 &= \$30 \\ 50\% \text{ of } 30 &= 15 \\ 30 - 15 &= \$15\end{aligned}$$

final $\stackrel{?}{=}$ original

Yes

The price will increase and decrease by the same amount.

$$\begin{aligned}\text{necklace} &= \$20 \\ 50\% \text{ of } \$20 &\text{ is } \$10 \\ \text{inc. by } 50\% &: \underline{\$20} + \$10 = \$30 \\ \text{dec. by } 50\% &: \$30 - \$10 = \underline{\$20}\end{aligned}$$

No

$$\begin{aligned}\text{necklace} &= \underline{\$100} \\ 50\% \text{ of } \$100 &\text{ is } \$50 \\ \text{inc. by } 50\% &: \underline{\$100} + \$50 = \$150 \\ 50\% \text{ of } \$150 &\text{ is } \$75 \\ \text{dec. by } 50\% &: \$150 - \$75 = \underline{\$75}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{necklace} &= \underline{\$20} \\ 50\% \text{ of } \$20 &\text{ is } \$10 \\ \text{inc. by } 50\% &: \underline{\$20} + \$10 = \$30 \\ 50\% \text{ of } \$30 &\text{ is } \$15 \\ \text{dec. by } 50\% &: \$30 - \$15 = \underline{\$15}\end{aligned}$$

Fikirleri desteklemek için paralellik (benzer yapılanma) kullanın

The reorganized public record to highlight distinguishing, placement, and parallelism

final [?] = original

Yes

The price will

increase and decrease
by the same amount

necklace = \$100

inc by 50% = 50% of 100 = 50

$100 + 50 = \$150$

50% of 150 = \$75

necklace = \$20 + 10 = 30

$\$30 - 10 = 20$

50% of \$20 = 10

$\$20 + 10 = 30$

50% of 30 = \$15

$30 - 15 = \$15$



final [?] = original

Yes

The price will increase
and decrease by the
same amount.

necklace = \$20

50% of \$20 is \$10

inc. by 50%: $\$20 + \$10 = \$30$

dec. by 50%: $\$30 - \$10 = \$20$

No

necklace = \$100

50% of \$100 is \$50

inc. by 50%: $\$100 + \$50 = \$150$

50% of \$150 is \$75

dec. by 50%: $\$150 - \$75 = \$75$

necklace = \$20

50% of \$20 is \$10

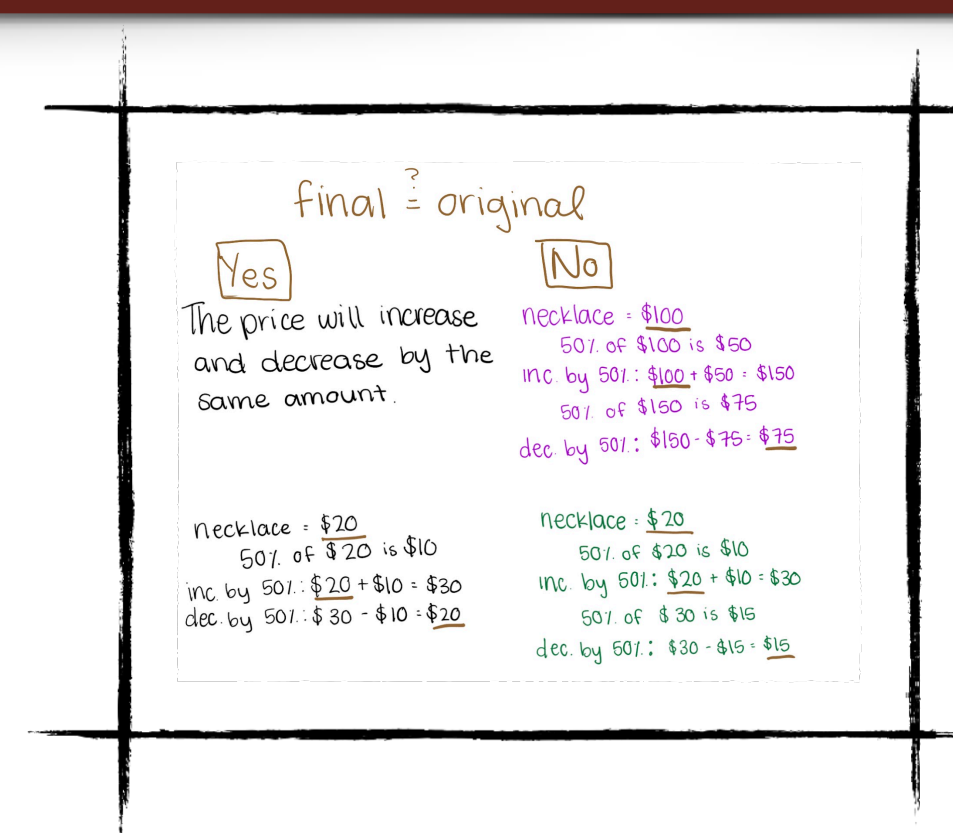
inc. by 50%: $\$20 + \$10 = \$30$

50% of \$30 is \$15

dec. by 50%: $\$30 - \$15 = \$15$

Ayırt etme, yerleştirme ve paralelliği vurgulamak için yeniden düzenlenen genele açık kayıt

To better use a public record to support joint sense-making discussions



Ortak anlamlandırma tartışmalarını desteklemek için genele açık kayıtların daha iyi kullanımı

- Purposefully organize the public record by asking:
 - How do these shared ideas fit into the ongoing argument?
 - How might these ideas help the class move forward in their joint sense making?
 - How might the recording of these ideas help scaffold the class as they move forward in this joint sense making?
- Use the answers to those questions to:
 - **distinguish** between ideas,
 - consider the **placement** of ideas, and
 - seek **parallelism** of ideas

- Genele açık kayıtları şunları sorarak amaçlı bir şekilde düzenleyin:
 - Bu paylaşılan fikirler devam eden tartışmaya nasıl uyuyor?
 - Bu fikirler sınıfın ortak anlamlandırma konusunda ilerlemesine nasıl yardımcı olabilir?
 - Bu fikirlerin kaydedilmesi, sınıfın bu ortak anlamlandırma yolunda ilerlemesine nasıl yardımcı olabilir?
- Bu soruların cevaplarını kullanarak şunları yapın:
 - fikirler arasında ayırım yapın,
 - fikirlerin yerleşimini düşünün ve
 - fikirlerin paralelliğini arayın.



Your turn

- What ideas make sense to you?
- What are you confused by?
- What are you wondering?
- What would you like to know more about?

Sıra sizde

- Hangi fikirler size anlamlı geldi?
- Kafanızı karıştıran bir durum oldu mu?
- Merak ettiğiniz bir şey var mı?
- Ne hakkında daha fazla bilgi edinmek istersiniz?

People who have worked on the MOST Research Team

MOST Proje Ekibi

Shari L. Stockero



Blake E. Peterson

Keith R. Leatham



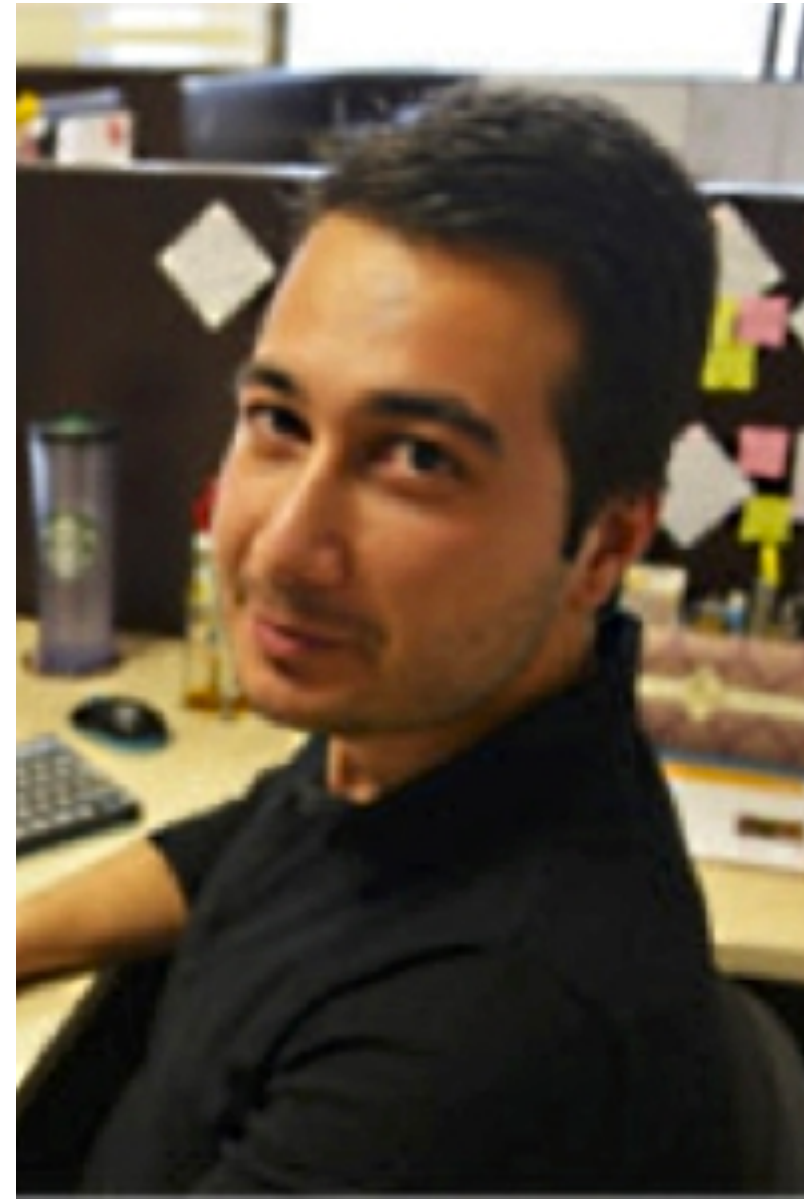
Laura R. Van Zoest

Principle Investigators

Baş Araştırmacılar

People who have worked on the MOST Research Team

MOST Proje Ekibi



Okan Arslan
2016-2017



Zeynep Arslan
2021-2022

Thank you! Teşekkür ederim!



Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Öğrenci
Düşünmesindeki
Matematiksel
Fırsatlar



Building on
Mathematical
Opportunities
in Student
Thinking

Öğrenci
Düşünmesine
Dayanan
Matematiksel
Fırsatlar



Eşitlikte
Güçlendirme



This work is based on work supported by the U.S. National Science Foundation under Grant Nos. DRL-1720410, DRL-1720566, and DRL-1720613.



BuildingonMOSTs.org